MATEMATICA IN SINTESI

PROPRIETÀ DEI LOGARITMI

Per definizione, il logaritmo è l'esponente che devi dare alla base per ottenere l'argomento.

Cioè: $x = \log_a b \iff a^x = b$

Posto $a > 0, a \neq 1$ e $b > 0$ con $a, b \in \mathbb{R}$

Un logaritmo è positivo quando o quando la base e l'argomento sono entrambi maggiori di 1 oppure se sono entrambi compresi tra 0 e 1. In tutti gli altri casi un logaritmo è negativo.

Formula del cambiamento di base: $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$

$$\log_a b + \log_a c = \log_a b \cdot c$$

$$\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$$

$$\log_a b^{\frac{n}{m}} = \frac{n}{m} \log_a b$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\log_{\frac{1}{a}} b = -\log_a b$$

PRODOTTI NOTEVOLI

DIFFERENZA DI QUADRATI

$$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$$

QUADRATO DI BINOMIO

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

QUADRATO DI TRINOMIO

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

CUBO DI BINOMIO

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

SOMMA E DIFFERENZA DI CUBI

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b) \cdot (a^2 \mp ab + b^2)$$

TRIGONOMETRIA

Teorema fondamentale della trigonometria

$$sen^2(\alpha) + cos^2(\alpha) = 1$$

Formule goniometriche

Addizione e sottrazione

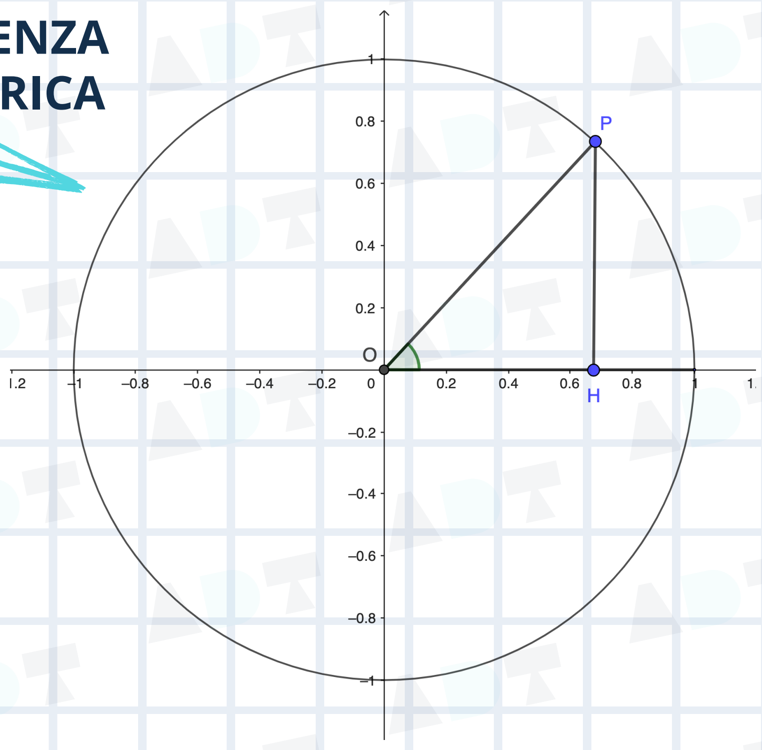
$$sen(\alpha \pm \beta) = sen(\alpha) \cdot cos(\beta) \pm sen(\beta) \cdot cos(\alpha)$$

$$cos(\alpha \pm \beta) = cos(\alpha) \cdot cos(\beta) \mp sen(\alpha) \cdot cos(\beta)$$

$$tg(\alpha \pm \beta) = \frac{tg(\alpha) \pm tg(\beta)}{1 \mp tg(\alpha) \cdot tg(\beta)}$$

Da gradi a radianti: $\theta^\circ : 180^\circ = \theta_{rad} : \pi$

CIRCONFERENZA GONIOMETRICA



SENO, COSENO E TANGENTE

$sen(\alpha) = \dfrac{PH}{OP}$ e, per definizione, $sen(\alpha) \equiv y_P$

$cos(\alpha) = \dfrac{OH}{OP}$ e, per definizione, $cos(\alpha) \equiv x_P$

$tg(\alpha) = \dfrac{y_p}{x_P} = \dfrac{sen(\alpha)}{cos(\alpha)} = \dfrac{PH}{OH}$

EQUAZIONI

Principi di equivalenza delle equazioni

Aggiungendo o sottraendo a entrambi i membri di un'equazione una stessa espressioni o uno stesso numero, si ottiene un'equazione equivalente. Si può quindi trasportare da un membro all'altro un termine purché lo si cambi di segno:

$$a(x) + b(x) = 0 \iff a(x) = -b(x)$$

Moltiplicando o dividendo entrambi i membri di un'equazione per un'espressioni non nulla o per un numero diverso da 0, si ottiene un'equazione equivalente.

$$\frac{a(x)}{c(x)} = \frac{b(x)}{c(x)} \iff a(x) = b(x)$$

Equazioni di primo grado

Sono del tipo:

$ax + b = 0$ con $a, b \in \mathbb{R}$

e possiamo dire che:

se l'equazione **è a ≠ 0** determinata e ammette **un'unica soluzione:** $x = -\dfrac{b}{a}$;

se **a = 0** e **b ≠ 0** e l'equazione **è impossibile;**

se **a = 0 e b = 0** l'equazione **è indeterminata.**

Equazioni di secondo grado

Sono del tipo:

$ax^2 + bx + c = 0$ con $a, b, c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$

Formula = $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ dove $\Delta = b^2 - 4ac$

e possiamo dire che:

se **Δ > 0** l'equazione **ha due soluzioni reali distinte;**

se **Δ = 0** l'equazione **ha due soluzioni reali coincidenti;**

se **Δ < 0** l'equazione **non ha soluzioni.**

DISEQUAZIONI

Principio di equivalenza delle disequazioni

Moltiplicando o dividendo entrambi i membri di una disequazione per un numero o un'espressione positiva e mantenendo il verso della disuguaglianza, si ottiene una disequazione equivalente.

se $c(x) > 0$

$$a(x) \cdot c(x) < b(x) \cdot c(x) = a(x) < b(x)$$

Moltiplicando o dividendo entrambi i membri di una disequazione per un numero o un'espressione negativa e cambiando il verso della disuguaglianza, si ottiene una disequazione equivalente.

se $c(x) < 0$

$$a(x) \cdot c(x) < b(x) \cdot c(x) = a(x) > b(x)$$

Disequazioni di primo grado

Sono del tipo:

$ax + b < 0$ oppure $ax + b > 0$

$\begin{cases} x > -\frac{b}{a} & \text{se } a > 0 \\ x < -\frac{b}{a} & \text{se } a < 0 \end{cases}$ oppure $\begin{cases} x < -\frac{b}{a} & \text{se } a > 0 \\ x > -\frac{b}{a} & \text{se } a < 0 \end{cases}$

Disequazioni di secondo grado

Sono del tipo: con **a ≠ 0**

$ax^2 + bx + c > 0$ oppure $ax^2 + bx + c < 0$

se $\Delta > 0$ la disequazione $ax^2 + bx + c > 0$ è soddisfatta per valori esterni, ovvero $x < x_1$ e $x > x_2$, mentre la disequazione $ax^2 + bx + c < 0$ è soddisfatta per valori interni, ovvero $x_1 < x < x_2$;

se $\Delta = 0$ la disequazione $ax^2 + bx + c > 0$ è soddisfatta da $x \neq -\dfrac{b}{2a}$, mentre la disequazione $ax^2 + bx + c < 0$ non ammette soluzioni;

se $\Delta < 0$ la disequazione $ax^2 + bx + c > 0$ è soddisfatta per tutti i valori di x, mentre la disequazione $ax^2 + bx + c < 0$ non ammette soluzioni.

FUNZIONI

Le funzioni sono regole che ad ogni elemento x di un insieme X (detto dominio) associano uno e un solo elemento y (immagine) di un altro insieme Y (detto codominio).

Le funzioni hanno un grafico che è l'insieme dei punti del piano che rispettano la relazione dell'equazione della funzione che stabilisce il legame tra la variabile indipendente (x) e la variabile dipendente (y).

Definizioni

Suriettiva: ogni elemento di Y è immagine di almeno un elemento di X;

Iniettiva: a elementi distinti di X corrispondono elementi distinti di Y;

Biunivoca / biettiva: sia suriettiva che iniettiva.

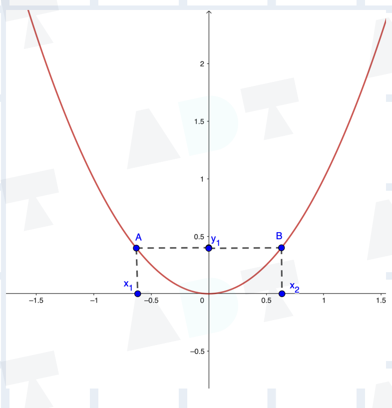
Data una funzione $f(x) = y$, e comunque scelti due elementi x_1 e x_2 (del dominio) tali che $x_1 < x_2$, la funzione di dice:

crescente se si ha che $f(x_1) > f(x_2)$

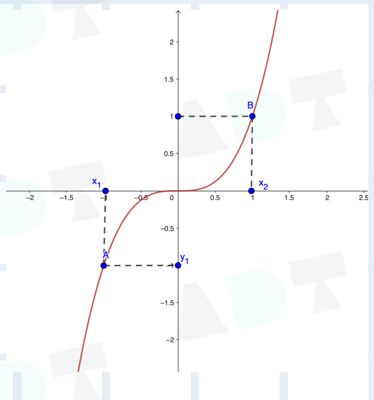
decrescente se si ha che $f(x_1) < f(x_2)$

Funzione viene detta **pari** se: $f(-x) = f(x)$

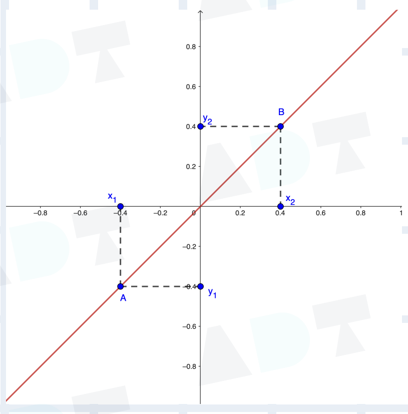
Funzione viene detta **dispari** se: $f(-x) = -f(x)$



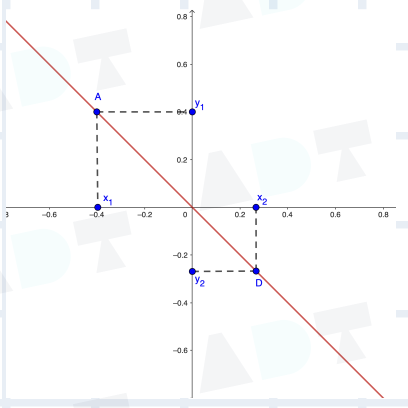
FUNZIONE PARI



FUNZIONE DISPARI



FUNZIONE CRESCENTE



FUNZIONE DECRESCENTE

x_0 viene detto **massimo assoluto** della funzione $f(x)$ se $f(x) \leq f(x_0)$ $\forall x \in$ dominio

x_0 viene detto **minimo assoluto** della funzione $f(x)$ se $f(x) \geq f(x_0)$ $\forall x \in$ dominio

Campi di esistenza

Razionali intere: esistono $\forall x \in \mathbb{R}$

Razionali frazionarie:

denominatore $\neq 0$

Irrazionali: se l'indice di radice è pari $\Rightarrow$ radicando ≥ 0

Esponenziali: esistono $\forall x \in \mathbb{R}$

Logaritmiche: argomento > 0

Trigonometriche: $sen(x)$ e $cos(x)$ esistono $\forall x \in \mathbb{R}$, $tg(x)$ esistono $\forall x \in \mathbb{R}$ con $x \neq \pi/2 + k\pi$

Teorema dei valori intermedi

Sia $I \subset \mathbb{R}$ un intervallo e $f(x)$ una funzione continua in I. Se $f(x)$ assume due valori distinti y_1 e y_2, allora $f(x)$ assume tutti i valori compresi tra y_1 e y_2. In formule:

$$\forall y_0 : y_1 < y_0 < y_2 \ \exists x_0 \in I \text{ tale che } f(x_0) = y_0$$